九州大学 エクセレント・スチューデント・イン・サイエンス 公開講演会 ______ 2010年12月18日

つながりの目で見る自然と社会

東京電機大学理工学部 小田垣 孝 (九州大学名誉教授)

目次

- 1. つながりの世界
- 2. パーコレーション
- 3. 複雑ネットワーク
- 4. 21世紀の物理学

1.つながりの世界

ビンゴ



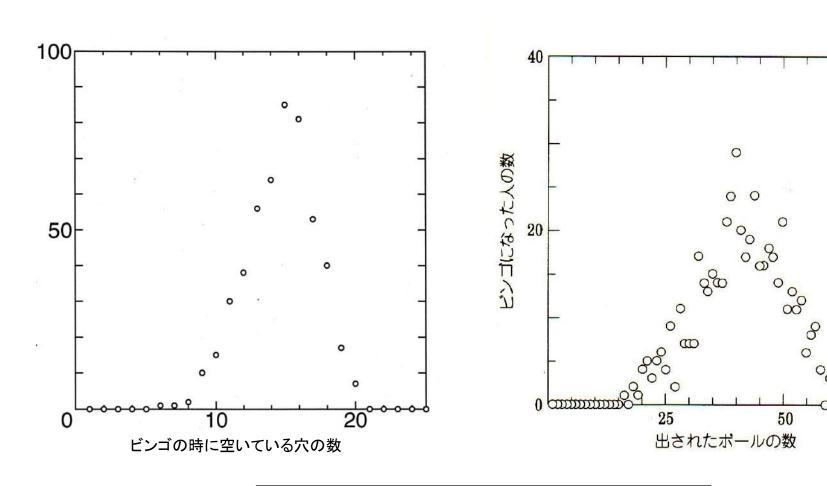


☆ビンゴの時に空いている穴の数は?

☆引いた数ごとにビンゴになる人の数は?

ビンゴの時に空いている穴の数

出されたボールの数

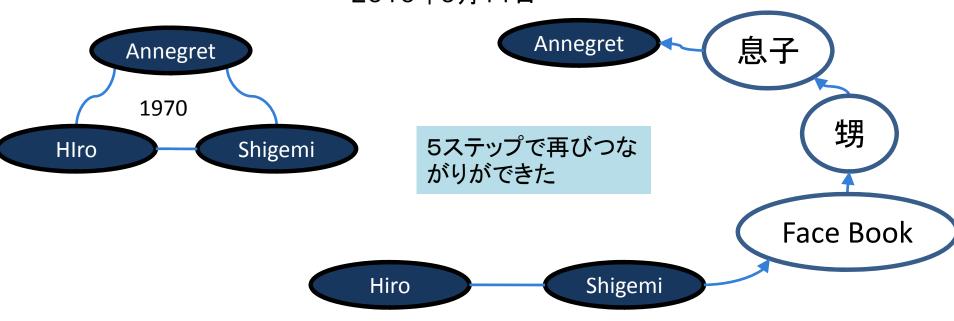


共におよそ60%でピークを持つ

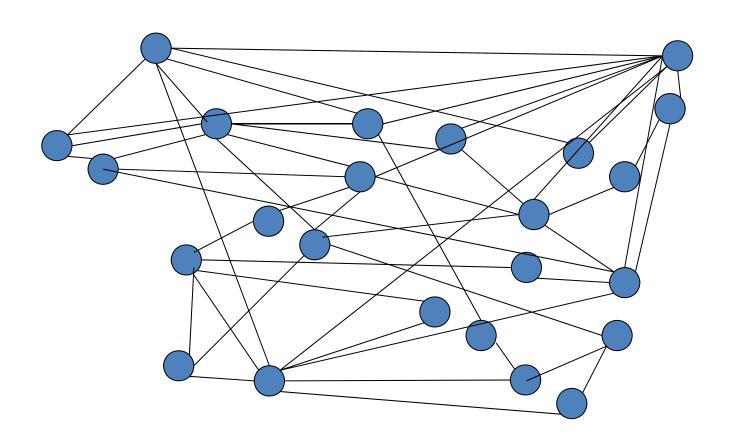
Annegret とHiro の40年ぶりの再会



2010年9月11日

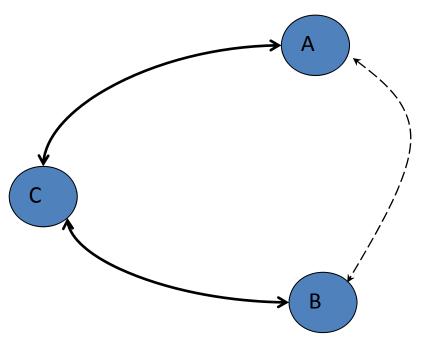


知り合いのネットワーク



知り合い関係を線で結ぶと一つのネットワークになる

「世の中は狭いもんですな」



AとBは、初めての出会い

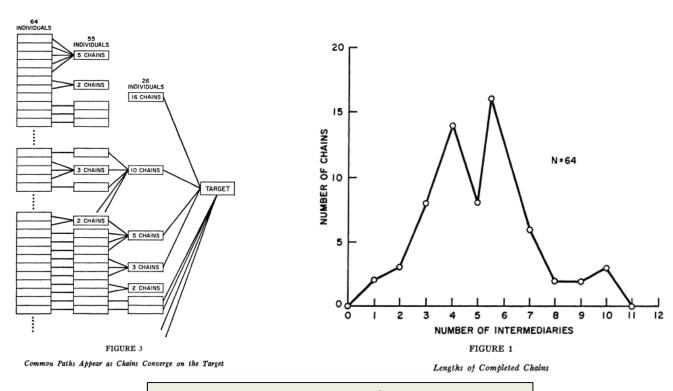
共通の知人を捜し、「ほー、 Cさんをご存知で」



世の中は狭いもんですな

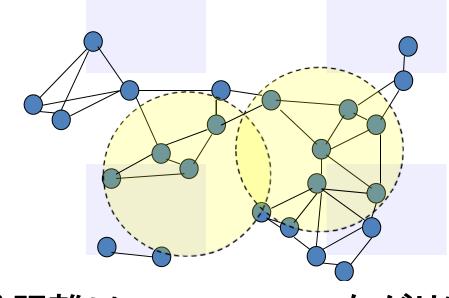
S. ミルグラムの実験(1967)

カンサス/ネブラスカの296人からボストン在住の特定の人に、よく知っている人のみを介して、 手紙を転送するように依頼

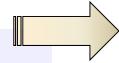


平均6ステップで到達

2.パーコレーション



ある距離以内にある点をつなぐ



つながりは 無限に広が るか?

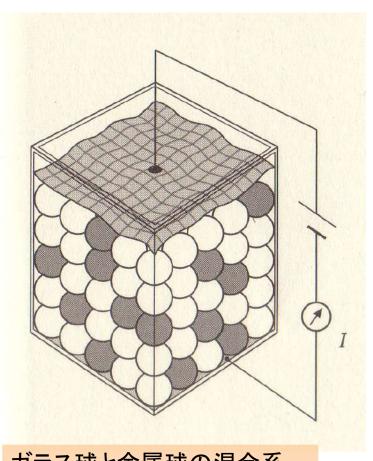
テントウムシの星の数



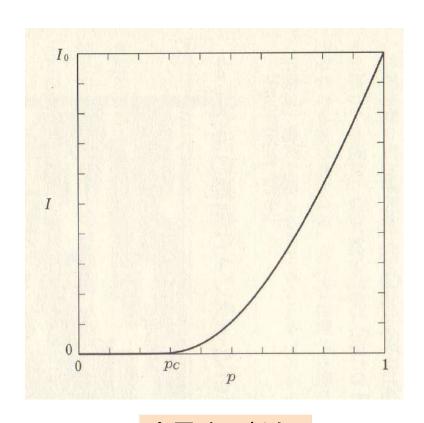
Ladybug

地色が黄色から黒色に変わるのは何個の点の時か?

ガラス球+金属球系の電気伝導



ガラス球と金属球の混合系



金属球の割合

火災・伝染病の伝搬

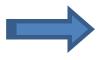


全体に延焼させないためにはどれくらいの 密度で植林すべきか

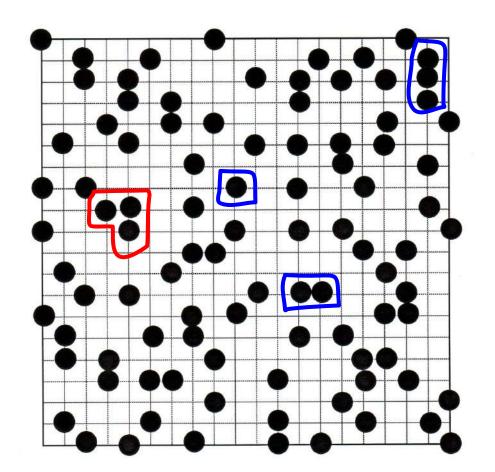
伝染病も同様に考えられる

どうしたら物理の問題になるか?

問題の抽象化

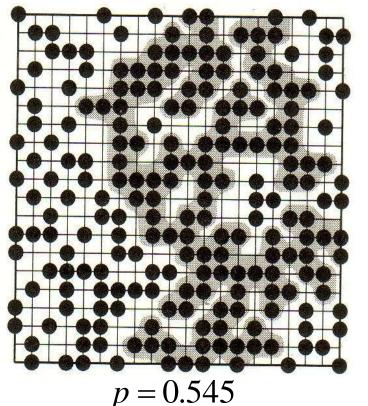


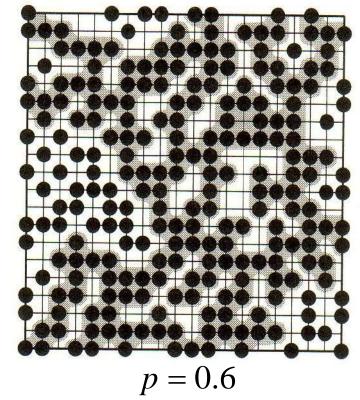
ランダムに点を配置 つながりとクラスターの定義

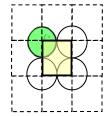


- 1. 碁盤の目にランダムに黒石を置く
- 2. 隣りの石同志をつなぐ
- クラスター: 互いにつながった石
 のグループ
- 4. クラスターの大きさ; クラスター内 の石の数

黒石の数を増していくと







クラスターが無限に拡がるぎりぎりの割合が存在

石の占める面積の割合

$$A = 0.428$$

$$A = 0.471$$



=0.785

正方格子上のパーコレーション

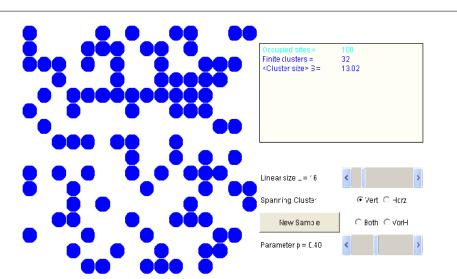
厳密解が求められる特殊な場合以外は、計算機シミュレーション によって詳細に調べられている

http://www.physics.buffalo.edu/gonsalves/ComPhys 1998/Java/Percolation.html

PHY 411/506 Spring 1999

Java Applet: Percolation

[Welcome | Syllabus | References | Lectures | Assignments]



点の割合が59.3%を越えると 全体につながる

$$p_c \approx 59.3\%$$

(正方格子の臨界浸透確率)

円板の占める面積が45%を 越えると全体につながる

$$A_c = fp_c \approx 45\%$$

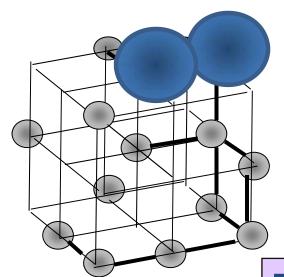
(2次元臨界面積分率)

直線上のつながり

一つでも切れるとつながらない

$$p_C = 100\%$$

3次元的なつながり



 $P_C \approx 31.2\%$

$$V_C = fp_C \approx 16\%$$

単純立方格子

球の占める体積が16%を越えると全体につながる

つながりの世界: 再考

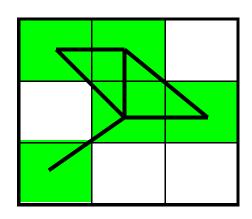
☆ビンゴ

正方格子

$$p_c = 0.593$$

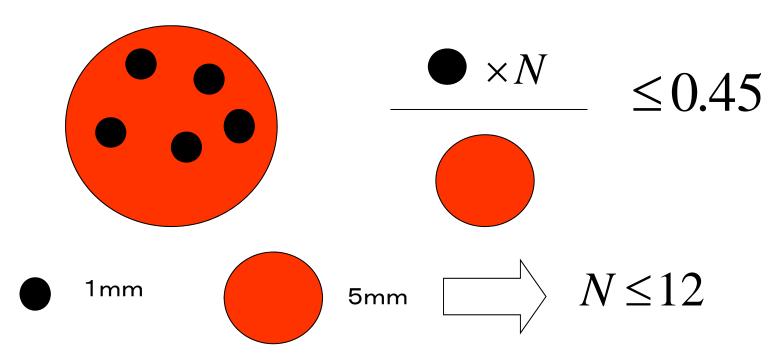
☆森林火災

正方格子(斜めにもつながる) $p_c = 0.43$



つながりの世界:再考

☆てんとう虫



つながりの世界:再考



十二星てんとう虫

3次元空間で $v_c = 0.16$ は極めて重要である

二つのものが混在し、片方の体積分率vが

$$v_c (= 0.16) \le v \le 1 - v_c (= 0.84)$$

のとき、両者が同時に無限に広がる

海綿の知恵

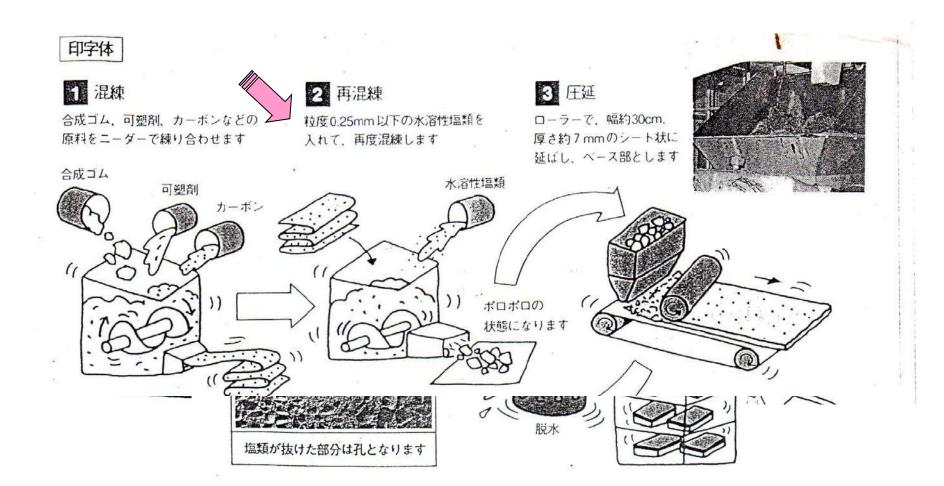


つながりのコントロールが技術を生かす



シャチハタ印

シャチハタ印の製作工程

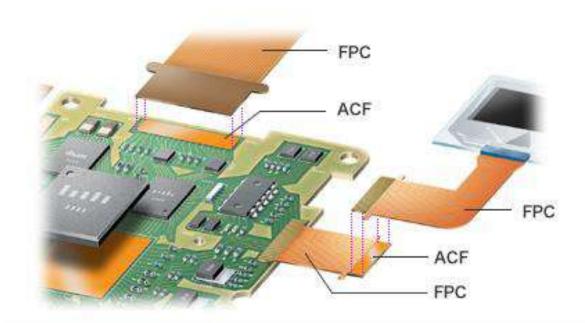


つながりないことをコントロールする

プリント基板などの一括接続

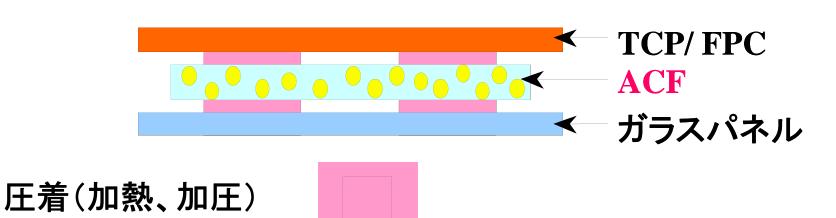
- ★LCDとICチップの接続
- ★有機ELパネルとフィルム材との電極接続
- ★ICチップと基板の接続 など

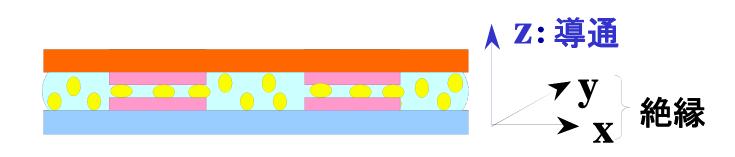
コネクター代替/はんだ代替用途の接続に。



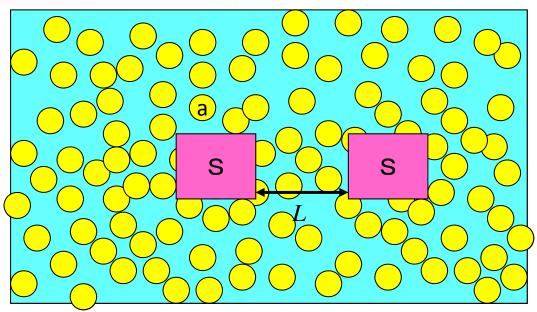
異方性導電膜(ACF)

異方性導電フィルム(ACF)









Sの下に必ず粒子がある

 $L>>\xi$ 相関距離

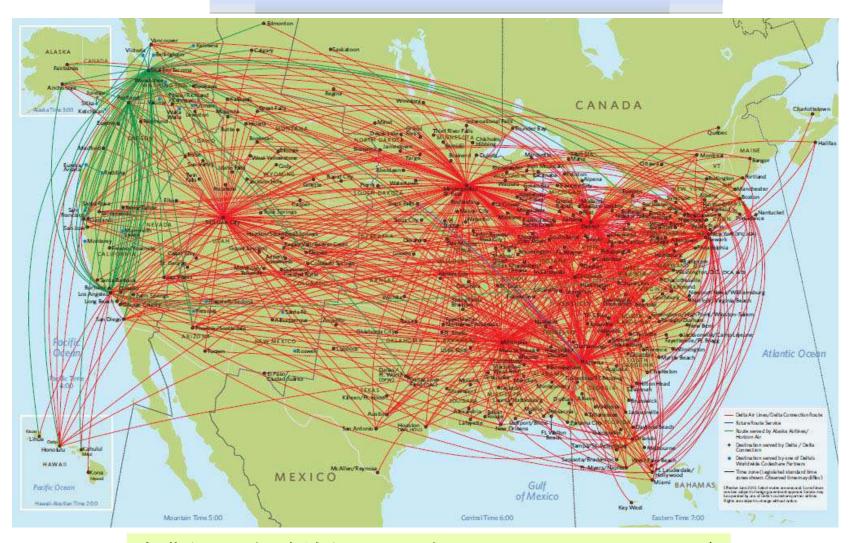
横方向には繋がらない

$$<<$$
導電粒子の面積分率 $<<$ A_C (= 0.45)

クラスターの大きさが極板間距離 より小さい

3.複雑ネットフーク

DELTAの路線図

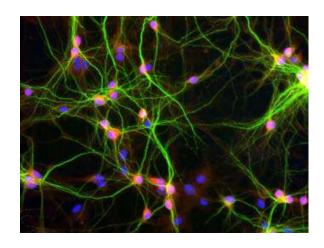


空港をノード、路線をリンクとすると、一つのネットワークが 形成される。

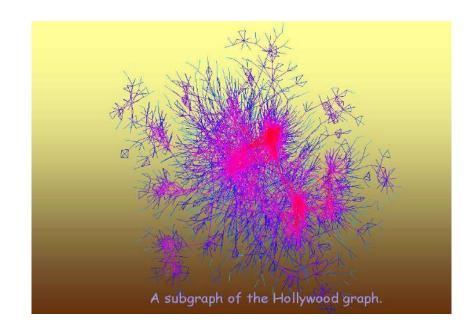
インターネットネットワーク



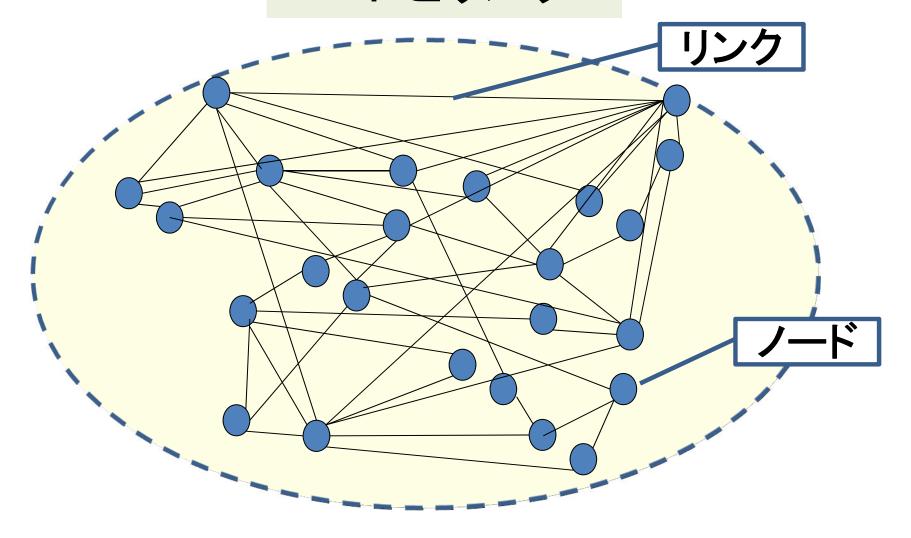
脳神経ネットワーク



ハリウッドスターネットワーク

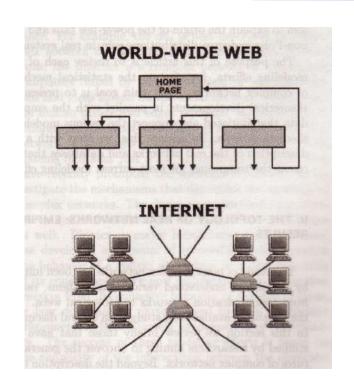


ノードとリンク



- ・つながりの範囲は無限大
- ・互いにつながったリンクの集団の性質

様々なネットワーク

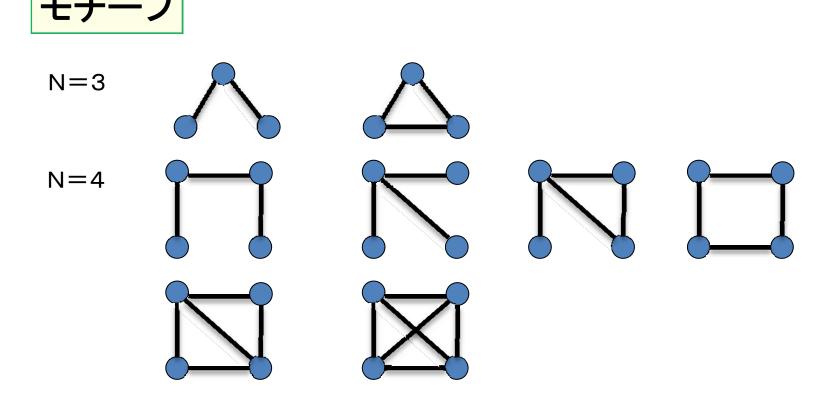


全てのノードがどれかとつながっている場合を考え、そのつながり方を解析する。

ネットワーク	ノード	リンク
www	ウェブページ	ハイパーリンク
インターネット	ルーター	物理的結合
共演ネット	タレント	共演
共同研究	科学者	共著論文
細胞内反応	化学物質	化学反応
エコロジーネット	種	捕食•被食関係
電話連絡	個人電話	通話
引用ネット	論文	引用
言語のネット	単語	近接使用
電力線	変電所	電線
神経回路網	ニューロン	シナプス結合
タンパク質折り たたみ	区別できる構造	遷移可能性

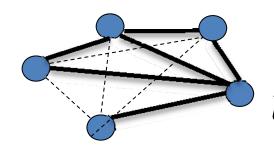
ネットワークをどう特徴づけるか

1. 局所的構造一モチーフとクラスター係数



三角形に着目

クラスター係数 C



$$k_i = 4$$

$$\frac{k_i(k_i-1)}{2}=6$$
 のうち $E_i=2$ 本のリンク

iのクラスター係数

ネットワークのクラスター係数

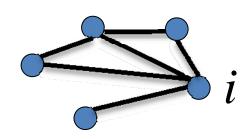
$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \qquad C = \frac{1}{N} \sum_i C_i$$

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i} C_{i}$$

ランダムなネットワークでは 10-3~10-5

リンク数に着目

次数と次数分布



次数k;: リンク i から出るリンクの数

$$k_i = 4$$

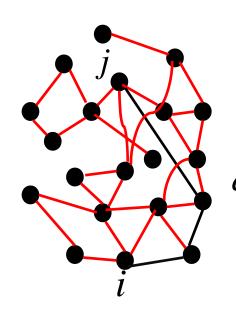
 k_i の分布関数P(k)を次数分布

複雑ネットワークでは

べき分布になることが多い

$$P(k) \propto k^{-\gamma}$$

2. 全体の構造



平均経路長 L

$$L_{i} = \frac{1}{N-1} \sum_{j \neq i} d_{ij}$$

$$d_{ij} = 3$$

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i} L_{i} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{1 \leq i \leq N} d_{ij}$$

1次元鎖



$$L = \frac{1}{3}(N + 1) \approx O(N)$$

ランダムなネットワークでは

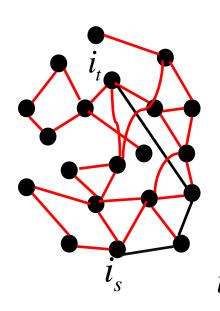
$$L \approx O(1)$$

マルコーニ数 5.83

(Guglielmo Marconi, in the 1909 Nobel speech)

2. 全体の構造一つづき

中心性:ネットワークの中心はどこか?



(1)次数中心性k_iを次数中心性とする

直感とすれることもある

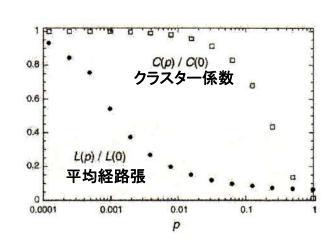
(2)媒介中心性 任意のふたつのノードi_gi_tを結ぶ最短経路 の中で i を通る経路の割合を、全てのペア ーについて平均した量で定義 リンクについて定義することもできる。

コミュニティー構造

強く結合したいくつかの部分に分けられるとき、というそれ、 ぞれをコミュニティという

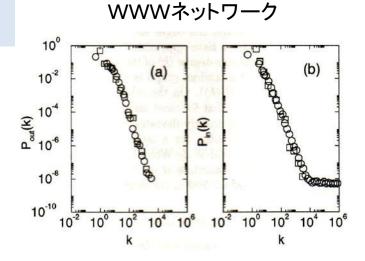
スモールワールド

	平均経路長	クラスター係数
規則的ネットワーク	長い	大
スモールワールド	短い	大
ランダムネットワーク	短い	小

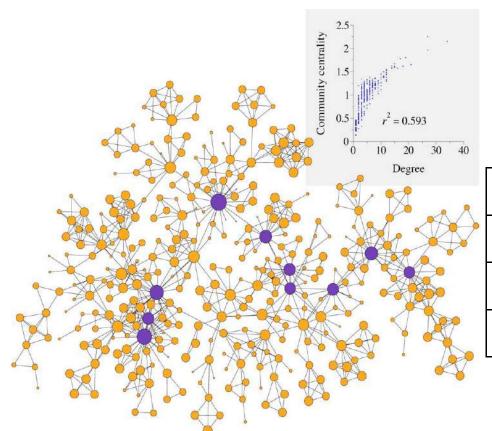


スケールフリーネットワーク

 $P(k) \propto k^{-\gamma}$



人間関係ネットワーク



ネットワーク	С	L	γ
MIXI	0.328	5.5	2.4
数学共著者	0.59	9.5	2.5
映画の共演	0.79	3.7	2.3

ネットワーク研究者379人の共著者ネットワーク

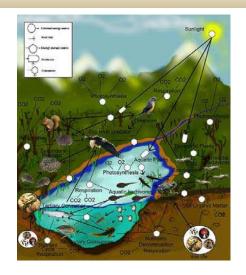
M. E. J. Newman, Phys. Rev. E74, 036104(2006)

インターネット



ネットワーク	С	L	γ
www	0.11	3.1	2.4
ドメイン	0.18 ~ 0.3	3.7	2.2

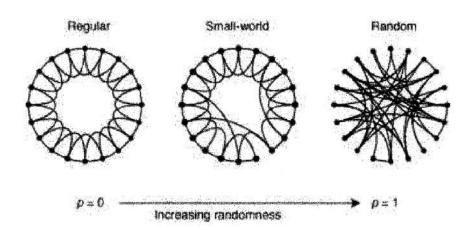
その他のネットワーク

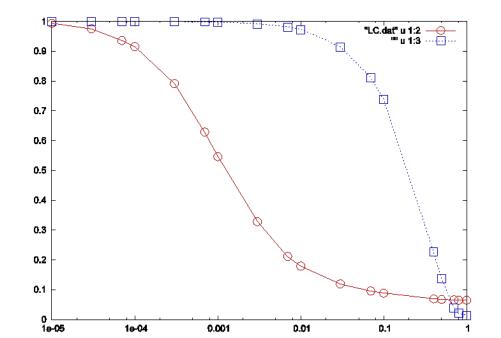


ネットワーク	С	L	γ
食物連鎖	0.15	3.4	1.13
線虫神経回路	0.28	2.7	
電気供給ライン	0.08	18.7	
単語の近接使用	0.44	2.7	2.7

スモールワールドネットワークの作り方

Watts-Strogatz (WS) のモデル





(1) N 個のノード、各ノードは K 個の 近接ノード(各方向にK/2ノード)と つなぐ

N >> K >> ln(N) >> 1

- (2) (I,i+1) を確率pでつなぎ変える。自 分自身、二重ボンドは許さない。 全てのiについて行う
- (3) (I,i+2) についても、その他も同様に 行う

全てのリンクは1回つなぎ変えられる。

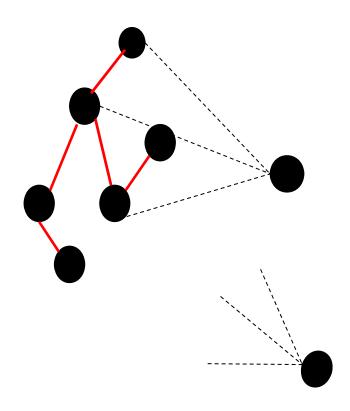
p~0.01 あたりでスモールワールドとなる

次数分布は、<k>=K でピークを 持ち、

Kの大きいところで指数関数的に減少

スケールフリーネットワークの作り方

Barabasi-Albert (BA) のモデル



(1) m₀個のノードを用意し、m個の リンクを持つノードを加える (m<=m₀)

(2) リンク先は確率

り短い

 $\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$ でノードiを選ぶ クラスター係数はランダムグラフの5倍程度 平均経路長はランダムグラフよ

$$P(k) \approx 2m^{1/\beta}k^{-\gamma}$$

$$\beta = 1/2 \quad \gamma = 3$$

4.21世紀の物理学

20世紀の科学

- •単純、平衡、線形、規則
- ·原子·分子還元論
- ・グローバルな極小による記述

21世紀の科学

- •複雜、非平衡、非線形、乱雜
- •多重階層性
- ・要素の局所的なダイナミックス

乱雑な系

時間的一ブラウン運動

空間的一

混晶系: 合金、不純物半導体

準結晶、液晶

アモルファス:ガラス、液体、高分子

複雜系

多くの長さ・時間のスケールが関わる一分子の運動だけであらわせない

非平衡系

平衡状態への到達に極めて長い時間がかかる一平衡ではない状態に留まる

2 1 世紀は皆さんの 時代です 物理をやりましょう