

附 録 補 遺

自然数, 整数, 有理数, 実数, 複素数

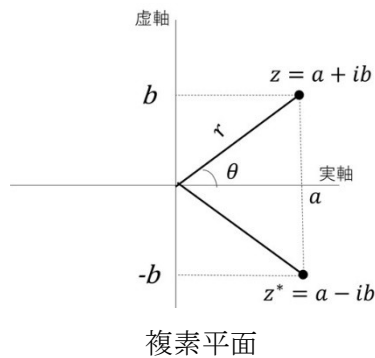
1. 様々な数

“数” は, もともと物の「量」を表す概念や物事の「順序」を示す概念として考え出されたものであるが, 数学上は抽象的な「量」を表す概念である. 現在定義されている数は以下の通りである.

- 自然数: 1, 2, 3, ... のように, 物の数 (かず) に対応させる数.
- 整数: 自然数に, 物が無いことを表す 0 と物が不足していることを表す負の数 (-1, -2, -3, ...) を加えた数.
- 有理数: 二つの整数の比で表される数.
- 実数: 数直線上のすべての点に対応して連続的に存在する数で, 有理数と無理数 ($\sqrt{2}$ などの代数的無理数 (整数係数の代数方程式の解) と π などの超越数) からなる.
- 複素数: 2乗すると-1になる虚数単位 i ($i^2 = -1$) を導入し, 実数と i の実数倍の組で表される数で, 二つの実数 a, b を用いて, $z = a + ib$ と書かれる.

2. 複素平面

複素数は, 次の図のように, 実部を x 軸 (実軸), 虚部を y 軸 (虚軸) にとった平面上の点として表すことができる. この座標平面を複素平面, あるいはガウス平面とよぶ.



複素数 $z = a + ib$ に対して, 実軸に関して対象な位置にある $a - ib$ を z の複素共役といい, z^* で表す:
 $z^* = a - ib$.

複素数の大きさは, $r \equiv |z| = \sqrt{zz^*} = \sqrt{a^2 + b^2}$ で定義される. 図の実軸と複素数のなす角 θ を偏角とよぶ. 図から分かるように, $a = r\cos\theta$, $b = r\sin\theta$ だから $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ が成り立つ, したがって, オイラーの公式 (3.14) を用いて $z = r e^{i\theta}$ と表すことができる.

また, $z^* = r e^{-i\theta}$ である.

複素数のこの表現を用いると, 複素数の演算が容易になる. 例えば, 二つの複素数 $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$, $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$ の積は $z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$, 商は $z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$ である.